Känguru der Mathematik 2006
Gruppe Benjamin (5. und 6. Schulstufe)
Österreich - 16.3.2006

- 3 Punkte Beispiele -

1) $3 \times 2006 = 2005 + 2007 + ?$. *Welche Zahl fehlt?*

A) 2005 B) 2006 C) 2007 D) 2008 E) 2009

Antwort B

$3 \times 2006 = (2006 - 1) + (2006 + 1) + \mathbf{2006}$

2) Wenn man die sechs Zahlen 309, 41, 5, 7, 68 und 2 in beliebiger Reihenfolge nebeneinander anschreibt, entstehen verschiedene 10-stellige Zahlen. Welche ist die Größte unter diesen Zahlen?

A) 9 876 543 210 B) 4 130 975 682 C) 3 097 568 241
D) 7 568 413 092 E) 7 685 413 092

Antwort E

Man muss natürlich mit der Zahl mit der höchsten Anfangsziffer beginnen und dann die Zahl mit der nächst höheren Anfangsziffer anschließen also
7 68 5 41 309 2, d.h. die gesuchte Zahl ist **7 685 413 092**.

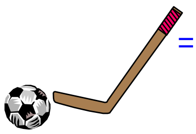
3) An einem quadratischen Tisch können vier Personen sitzen. An jeder Seite des Tisches hat genau eine Person Platz. Für ein Fest werden 10 derartige Tische Seite an Seite in einer langen Reihe zusammengestellt. Wie viele Personen können an dieser langen Tafel gleichzeitig Platz nehmen?

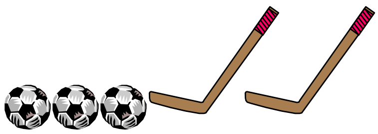
A) 20 B) 30 C) 40 D) 32 E) 22

Antwort E

An den Tischen, die sich am Anfang und am Ende der Tafel befinden können jeweils 3 Personen sitzen. An den 8 weiteren Tischen jeweils 2 Personen. 6 + 16 = **22** Personen

4)

 = 500 Kronen

 = 1200 Kronen

Wie viele Kronen kostet ein Ball?

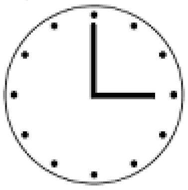
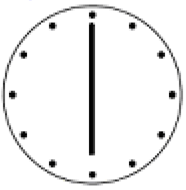
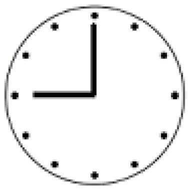
A) 100 B) 200 C) 300 D) 400 E) 500

Antwort B

1 Ball und ein Schläger kosten 500 Kronen. Dann kosten 2 Bälle und 2 Schläger 1000 Kronen. Wenn 3 Bälle und 2 Schläger 1200 Kronen kosten, dann muss ein Ball
1200 – 1000 = **200** Kronen kosten!

5) *In welchem Bild schließen die Zeiger einen Winkel von 150° ein?*

A)

B)

C)

D)

E)


Antwort E

Das Ziffernblatt ist durch die Stundeneinteilung in 12 gleiche Teile unterteilt. Der volle Winkel beträgt 360° und damit durchläuft der kleine Zeiger in einer Stunde einen Winkel von 360:12 = 30°. In Bild **E** hat der Stundenzeiger 5 Stunden also 150° seit 12 Uhr durchlaufen.

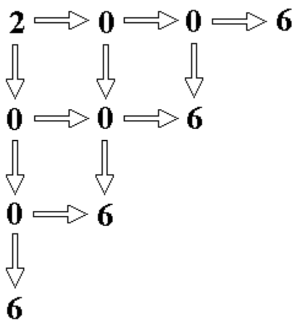
6) *Auf der linken Seite der Hauptstraße kommen alle ungeraden Hausnummern von 1 bis 39 vor. Auf der rechten Seite kommen alle geraden von 2 bis 34 vor. Wie viele Häuser stehen entlang der Hauptstraße?*

A) 8 B) 36 C) 37 D) 38 E) 73

Antwort C

Von 1 bis 40 gibt es 20 ungerade (und 20 gerade) Zahlen. Damit stehen auf der linken Seite 20 Häuser. Auf der rechten Seite stehen 34:2 = 17 Häuser. Damit stehen in der Straße **37** Häuser.

7) *Auf wie viele Arten kann man die Zahl 2006 erhalten, wenn man nur den Pfeilen in der Figur folgt?*

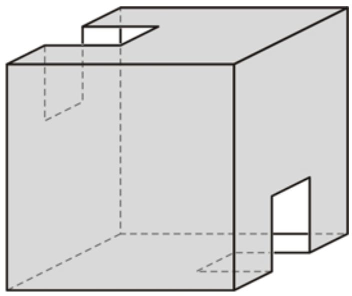


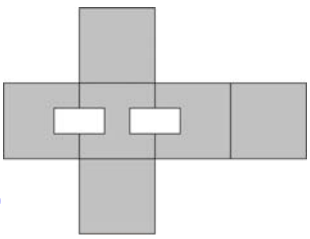
A) 12 B) 11 C) 10 D) 8 E) 6

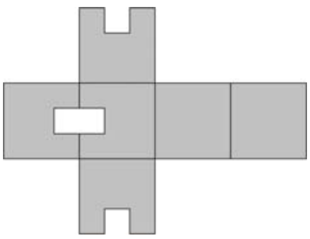
Antwort D

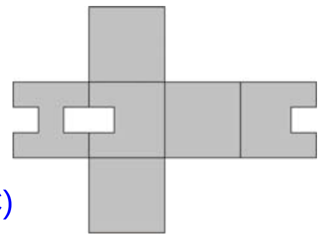
Die Möglichkeiten werden mit „r“ (Pfeil rechts) und „u“ (Pfeil nach unten) beschrieben.
r-r-r, r-r-u, r-u-r, r-u-u, u-r-r, u-r-u, u-u-r, u-u-u also auf **8** Arten.

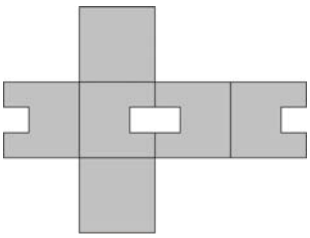
8) *Der abgebildete hohle Würfel hat zwei Löcher. Welches ist ein mögliches Netz des Würfels?*

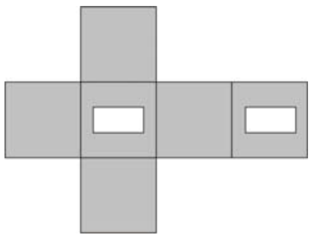



A)


B)


C)


D)


E)

Antwort D

A und C fallen aus, da die Löcher aus benachbarten Kanten geschnitten wurden, E weil die Löcher in die Seitenflächen geschnitten sind. Die Löcher in B verlaufen in verschiedene Richtungen. Damit bleibt **D**.

- 4 Punkte Beispiele -

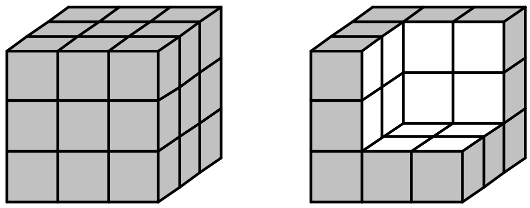
9) *Die Hälfte von ein Hundertstel ist*

A) 0,005 B) 0,002 C) 0,05 D) 0,02 E) 0,5

Antwort A

$0,01 = \frac{1}{100} = \frac{10}{1000}$. Die Hälfte davon ist $\frac{5}{1000} =$ **0,005.**

10) *Ich benötige 9 kg Farbe um die ganze Oberfläche des großen Würfels (mit der Basis) zu färben. Wie viel Farbe benötige ich um die weiße Fläche zu färben?*

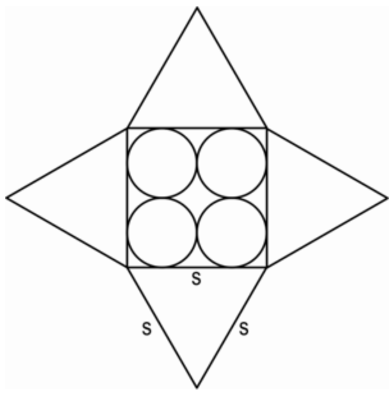


A) 2 B) 3 C) 4,5 D) 6 E) 7

Antwort A

Für 54 Quadrate (Oberfläche des gesamten Würfels) benötigt man 9 kg Farbe. Mit 1kg kann man 6 Quadrate anmalen. Für 12 Quadrate braucht man also 2 kg Farbe.

11) *Die Sternfigur ist aus vier gleichseitigen Dreiecken zusammengebaut, die auf den Seiten eines Quadrats errichtet werden. Das Quadrat enthält, wie in der Skizze, vier Kreise mit dem Radius 5 cm. Wie groß ist der Umfang des Sterns?*



A) 40 cm B) 80 cm C) 120 cm D) 160 cm E) 240 cm

Antwort D

Der Durchmesser eines Kreises beträgt 10 cm. Zwei Kreisdurchmesser ergeben die Länge der Quadratseite nämlich 20 cm. Der Stern hat nun einen Umfang von $8 \cdot 20 =$ **160 cm**.

12) *Um wie viel ist die Summe der ersten 1000 positiven geraden ganzen Zahlen größer als die Summe der ersten 1000 positiven ungeraden ganzen Zahlen?*

A) 1 B) 200 C) 500 D) 1000 E) 2000

Antwort D

Die Summe U der ersten 1000 ungeraden Zahlen: U = 1 + 3 + 5 + 7 + … + 1997 + 1999.

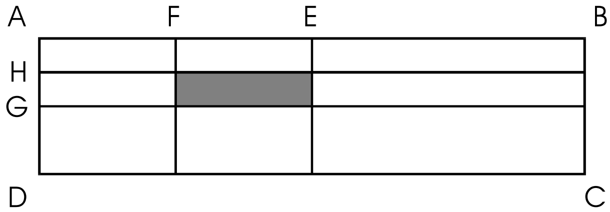
Die Summe G der ersten 1000 geraden Zahlen:

G = 2 + 4 + 6 + 8 + … + 1998 + 2000 =

= (1+1) + (3+1) + (5+1) + (7+1) +…+(1997+1) + (1999+1) =

$$= 1+3+5+7+\ldots+1997+1999+\underbrace{(1+1+1+1+\ldots+1)}_{1000-mal} = U + \mathbf{1000}.$$

13) Es gilt AB = 4 cm und BC = 1 cm. E ist der Mittelpunkt von AB, F der Mittelpunkt von AE, G der Mittelpunkt von AD und H der Mittelpunkt von AG. Wie groß ist die Fläche des dunklen Rechtecks?



A) $\frac{1}{4}$ cm²　　B) 1 cm²　　C) $\frac{1}{8}$ cm²　　D) $\frac{1}{2}$ cm²　　E) $\frac{1}{16}$ cm²

Antwort A

G halbiert AD und H halbiert AG. Die Breite des grauen Rechtecks beträgt daher $\frac{1}{4} cm$.
E halbiert AB und F halbiert AE. Die Länge des Rechtecks beträgt daher 1 cm. Die Fläche des Rechtecks beträgt daher $\frac{1}{4} \cdot 1 = \frac{1}{4}\, cm^2$.

14)

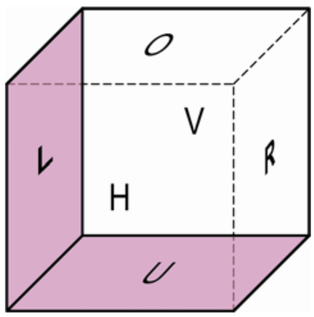
1111111111	A) 111111111
- 111111111	B) 100000000
+ 11111111	C) 1010101010
- 1111111	D) 999999999
+ 111111	E) 0
- 11111	
+ 1111	
- 111	
+ 11	
- 1	
?	

Antwort C

An der Einerstelle stehen 10 Einser, die sich gegenseitig aufheben:
1–1+1–1+1–1+1–1+1–1 = 0.
An der Zehnerstelle stehen 9 Einser, damit bleibt ein Einser übrig:
1–1+1–1+1–1+1–1+1 = 1.
An der Hunderterstelle ist wieder eine gerade Anzahl von Einsern, die sich daher gegenseitig aufheben, an der Tausenderstelle bleibt wieder ein Einser über usw.
Daher ist die Lösung: **1010101010**.

15) Wie viele verschiedene Würfel kann man herstellen, die 3 blaue und 3 rote Flächen haben?

A) 1　　B) 2　　C) 3　　D) 4　　E) 5

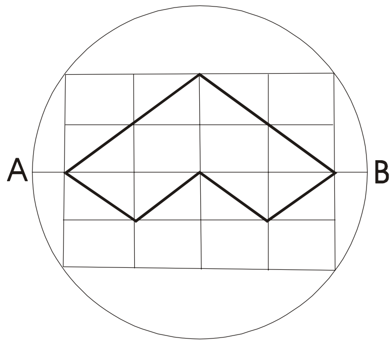


Antwort B

Wir färben zunächst zwei benachbarte Flächen rot, z.B. die Fläche U (unten) und die Fläche L (links).
Fall 1: Wählen wir O oder R als dritte rote Fläche, dann erhalten wir jeweils einen Würfel mit 2 gegenüberliegenden roten Flächen. Die dritte rote Fläche muss zwischen den beiden gegenüberliegenden Flächen liegen.
Fall 2: Wählen wir V oder H dann erhalten wir jeweils Würfel, bei denen die roten Flächen eine gemeinsame Ecke besitzen.

Liegen die ersten beiden rot gefärbten Flächen gegenüber erhalte ich mit der dritten roten Fläche immer nur einen Würfel wie in Fall 1 beschrieben.
Man kann also nur 2 verschiedene Würfel herstellen!

16) *Der Durchmesser AB des abgebildeten Kreises ist 10 cm lang. Wie groß ist der Umfang der inneren Figur, die aus 6 schrägen Strecken zusammengesetzt ist, wenn wir wissen, dass alle kleinen Rechtecke in der Zeichnung kongruent sind?*



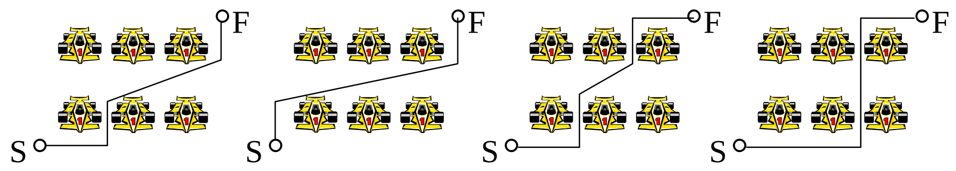
A) 8 cm B) 16 cm C) 20 cm D) 25 cm E) 30 cm

Antwort C

Die Länge einer Diagonale des großen Rechtecks ist gleich der Länge des Kreisdurchmessers nämlich 10 cm (siehe Skizze). Jedes der kleinen Rechtecke hat somit eine Diagonalenlänge von 2,5 cm. Die innere Figur besteht aus 8 solchen kleinen Rechtecksdiagonalen.
Somit gilt: **8 · 2,5 = 20 cm**.

- 5 Punkte Beispiele -

17) *Auf einem Parkplatz sind sechs Autos wie abgebildet abgestellt. Boris möchte von S nach F gehen. Welcher markierte Weg ist der kürzeste?*



A) B) C) D) E) Alle sind gleich lang.

Antwort B

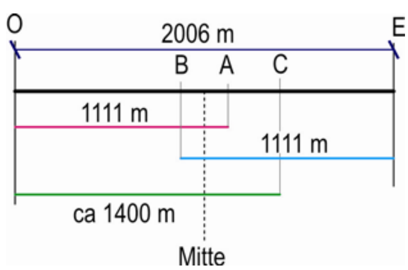
Der kürzeste Weg wäre eine gerade Verbindung der Punkte S und F. Das ist hier aber nicht möglich. In Antwort **B** verläuft der Weg so, dass die möglichst direkte Route verwendet wird und die Wegstücke bis zu dieser direkten Verbindung möglichst kurz ausfallen.

18) *Auf einer Strecke OE mit der Länge 2006 werde Punkte A, B und C so markiert, dass OA = BE = 1111 gilt, und die Länge von OC 70% der Länge von OE beträgt. In welcher Reihenfolge stehen dann die Punkte?*

A) OABCE B) OACBE C) OCBAE D) OBCAE E) OBACE

Antwort E

Die nebenstehende Grafik veranschaulicht den Sachverhalt.
OA ist länger als die Hälfte der Strecke OE. Dasselbe gilt auch für BE. Damit muss B vor A liegen.
10% von OE sind etwa 200m. Damit sind 70 % ca. 1400 m. OC ist jedenfalls sicher länger als OA. Somit muss C nach A stehen.
Damit ergibt sich die Lösung **OBACE**.



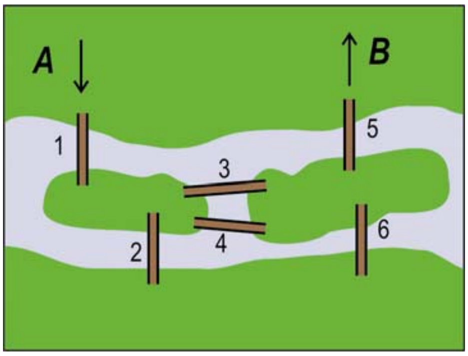
19) *Ein Stab der Länge 15 dm wurde derart in Stücke geschnitten, dass die Länge jedes Stücks in dm ganzzahlig ist, je zwei Stücke verschiedene Länge haben, und die Anzahl der Stücke so groß wie möglich ist. Wie oft wurde der Stab durchgeschnitten?*

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 15

Antwort B

Der Stab wurde **viermal** durchgeschnitten um 5 Stücke zu erhalten:
1 dm, 2 dm, 3 dm, 4 dm, 5 dm.

20) *Ein Fluss fließt durch Eulerstadt. Im Fluss gibt es zwei Inseln. 6 Brücken verbinden wie abgebildet die beiden Ufer und die Inseln miteinander. Auf wie viele verschiedene Arten kann Leo von A nach B spazieren, wenn er jede Brücke genau einmal überqueren möchte?*



A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) mehr als 6

Antwort D

Auf folgende Arten kann Leo spazieren.
1 2 6 4 3 5, 1 2 6 3 4 5, 1 3 4 2 6 5, 1 3 6 2 4 5, 1 4 3 2 6 5, 1 4 6 2 3 5

21) *Welche Gruppe von drei Zahlen wird auf der Zahlengeraden von drei Punkten dargestellt, wobei der mittlere Punkt von den beiden anderen gleich weit entfernt ist?*

A) $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$ B) 12, 21, 32 C) 0,3; 0,7; 1,3 D) 24, 48, 64 E) $\frac{1}{10}, \frac{9}{80}, \frac{1}{8}$

Antwort E

Man bringt auf gemeinsamen Nenner: $\frac{8}{80}, \frac{9}{80}, \frac{10}{80}$

22) *Abdrahim berechnet die Summe des größten und des kleinsten zweiziffrigen Vielfachen von 3. Zoe berechnet die Summe der größten und der kleinsten zweiziffrigen Zahl, die jeweils nicht Vielfache von 3 ist. Um wie viel ist die Zahl von Abdrahim größer als die von Zoe?*

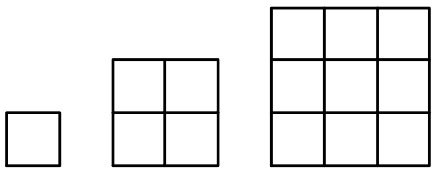
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Antwort B

12 + 99 = 111 (kleinstes und größtes zweiziffriges Vielfaches von 3)
10 + 98 = 108 (kleinste und größte zweiziffrige Zahl, die kein Vielfaches von 3 ist)
111 ist um **3** größer als 108.

23) *Belinda legt wie abgebildet aus Zahnstochern quadratische Muster. Wie viele Zahnstocher legt sie zum 30. Quadrat dazu um das 31. zu erzeugen?*

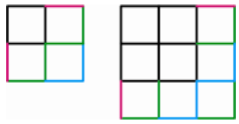
A) 124 B) 148 C) 61 D) 254 E) 120



erste zweite dritte

Antwort A

Das zweite quadratische Muster erhält man, wenn an zwei Seiten des ersten Quadrates je ein Quadrat anfügt und die entstehende Lücke mit einem weiteren Quadrat auffüllt: $2 \cdot 1 + 1 = 3$ hinzugefügte Quadrate. Man braucht für jedes Quadrat 2 Streichhölzer und für die beiden am Rand liegenden noch jeweils ein weiteres Streichholz, d.h. $2 \cdot 3 + 2 = 8$.



Das dritte Quadrat erhält man, wenn man an zwei Seiten des zweiten Quadrates je zwei Quadrate einfügt und die entstandene Lücke mit einem weiteren Quadrat ausfüllt:

$2 \cdot 2 + 1 = 5$ hinzugefügte Quadrate. Man braucht wieder für jedes Quadrat zwei Streichhölzer und für die beiden am Rand liegenden je ein weiteres also: $2 \cdot 5 + 2 = 12$.

Das vierte Quadrat erhält man, wenn man an zwei Seiten des dritten Quadrates je drei Quadrate anfügt und die Lücke mit einem weiteren Quadrat füllt: $2 \cdot 3 + 1 = 7$ hinzugefügte Quadrate. Man benötigt $2 \cdot 7 + 2 = 16$ Streichhölzer.

Das 31. Quadrat entsteht durch Anfügen von $2 \cdot 30 + 1 = 61$ Quadrate. Damit benötigt man $61 \cdot 2 + 2 =$ **124** zusätzliche Streichhölzer.

24) *Die natürlichen Zahlen von 1 bis 2006 werden auf die Tafel geschrieben. Yimin unterstreicht zuerst alle Vielfachen von 2, dann alle Vielfachen von 3 und dann alle Vielfachen von 4. Wie viele Zahlen wurden genau zweimal unterstrichen?*

A) 1003 B) 1002 C) 501 D) 334 E) 167

Antwort C

Genau zweimal werden jene Zahlen unterstrichen, die durch 4 aber nicht durch 3 teilbar sind – weil sie das erste Mal unterstrichen werden, da sie durch 2 und ein zweites Mal unterstrichen werden da sie auch durch 4 teilbar sind –

und jene Zahlen, die durch 6 aber nicht durch 4 teilbar sind – weil sie das erste Mal unterstrichen werden, da sie durch 2 und ein zweites Mal unterstrichen werden, da sie auch durch drei teilbar sind.

Durch 4 teilbare Zahlen werden ein drittes Mal unterstrichen, wenn sie durch 12 teilbar sind, denn dann müssen sie auch durch 3 teilbar sein. Durch 6 teilbare Zahlen werden ein drittes Mal unterstrichen, wenn sie durch 12 teilbar sind, denn dann sind sie auch durch 4 teilbar.

Es gibt $2006 : 4 = 501$ (2Rest) Zahlen, die durch 4 teilbar sind. Davon muss man nun noch die Zahlen die durch 12 teilbar sind subtrahieren: $2006 : 12 = 167$ (2 Rest). Damit gibt es $501 - 167 = 334$ Zahlen , die durch 4 aber nicht durch drei teilbar sind.

Es gibt $2006 : 6 = 334$ (2 Rest) durch 6 teilbare Zahlen, von denen wieder die durch 12 teilbaren Zahlen abgezogen werden müssen. Es gibt $334 - 167 = 167$ Zahlen, die durch 6 aber nicht durch 4 teilbar sind.

Damit gibt es $334 + 167 =$ **501 Zahlen**, die genau zweimal unterstrichen werden.